



# XXV ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

6 февраля 2022г

Старшая группа, 4 класс.

Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

**Задача 1.** Виталик обнаружил, что в некотором году летних воскресений больше, чем летних четвергов. Каким днем недели будет 1 июня того же года? (фольклор).

Ответ. Воскресенье.

Решение. Посчитаем количество летних дней: 30 в июне + 31 в июле + 31 в августе = 92.

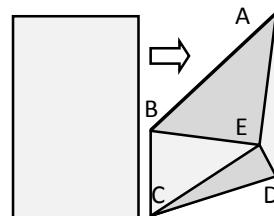
Заметим, что 92 делится на 7 с остатком 1. То есть, если разделить 1 июня, то оставшееся лето можно разбить на участки по 7 дней, в каждом из которых будет по одному дню недели каждого типа. То есть со 2 июня по 31 августа будет поровну всех дней недели. Но поскольку в условии летних воскресений больше, чем летних четвергов, то 1 июня и есть воскресенье.

**Задача 2.** Мальвина записала три числа и заменила в них одинаковые цифры одинаковыми буквами. Получилось ДАЖЕ АРТЕМОН ОТВАЖЕН. Она сообщила Буратино, что если перемножить цифры в каждом числе, то все три произведения будут равны. Сможет ли Буратино определить хотя бы одну цифру? (Ю.Антонова)

Ответ. Да, сможет.

Решение. Различных букв в записи – 10. Это означает, что одна из букв обозначает ноль.

Если перемножить цифры в том числе, где одна из цифр – ноль, то получится 0. Поскольку произведение цифр всех чисел равны, то произведение цифр для каждого числа равно 0. То есть во всех трёх числах есть цифра ноль. Буквы, которые есть во всех трёх числах – это А и Е. Но А не может обозначать ноль, поскольку стоит в начале второго числа. Значит, Е=0.



**Задача 3.** Прямоугольник согнули так, как на рисунке. Найдите периметр треугольника ВЕС, если периметр треугольника АED равен 17 см. (И.Сиротовский)

Ответ. 17 см.

Решение. СЕ и АЕ – бывшие малые стороны прямоугольника, значит СЕ = АЕ. ВЕ и ВС в сумме – бывшая большая сторона прямоугольника, как и АД и ЕД, значит ВЕ + ВС = АД + ЕД. Сложим эти два равенства и получим СЕ + ВЕ + ВС = АЕ + АД + ЕД, что означает, что периметры треугольников ВЕС и АED равны.

**Задача 4.** У бабушки есть большие часы со стрелками. Однажды ровно в 1:00 раздался щелчок и стрелки стали крутиться в обратном направлении, но с прежней скоростью. Через какое-то время стрелки совместились и раздался второй щелчок. Стрелки стали крутиться в правильном направлении, пока снова не совместились. И так далее. Какое время будут показывать часы через 12 часов? (О.Парамонова)

Ответ. 12ч и 60/11 мин.

Решение. Заметим, что если из положения 1:00 стрелки начнут крутиться в обратном направлении, то первый раз, когда они совместятся, это будет 12 часов. И в этот момент случится второй щелчок. После чего стрелки начнут крутиться в правильном направлении до тех пор пока не совпадут. Это случится в какое-то время после 1:00 (и случится третий щелчок). Выясним, какое время будут показывать часы во время третьего щелчка. Это 1 час и 5+ $a$  минут.  $a$  минут составляют от 5 минут такую же часть, какую составляют 5 +  $a$  минут от 60 минут. Откуда получим уравнение  $60a = 5 \cdot (5 + a)$ . Откуда  $a = 5/11$  мин. Таким образом, с третьего щелчка будут происходить через каждый час и  $5+5/11 = 60/11$  минут. Причем чётные щелчки будут в положении стрелок на 12:00, а нечетные – на 1ч 60/11 мин. Между первым и тринадцатым щелчком пройдет 1 + 11 раз по 1ч60/11мин. Это 13 часов.

В этот момент стрелки совместятся на 1ч 60/11 мин. Значит за час до этого они будут показывать на час меньше. А именно 12ч и 60/11 минут.

**Задача 5.** У фокусника есть пять одинаковых шаров, лежащих по кругу. В одном из них рубин. Если в шаре рубин, то он тяжелее. Можно взять любые два шара и сравнить их по весу. После взвешивания можно забрать любой шар, если он с рубином. Иначе фокусник машет палочкой и рубин перемещается по стрелке в соседний шар. Как за 2 взвешивания забрать рубин? (Е.Иванова)

Решение. Выберем любые два несоседних шара, например шары под номерами 1 и 3. Если один из них оказался тяжелее, то он же шар с рубином и можно сразу его взять. Если же весы показали равенство, то это означает, что рубин либо в шаре с номером 2, либо 4, либо 5. Нельзя однозначно определить, где рубин, поэтому шары возвращаем на место, фокусник машет палочкой и теперь рубин в шаре либо с номером 3, либо 5, либо 1. Еще раз взвешиваем шары 1 и 3. Если один тяжелее, то он же шар с рубином и можно его взять. Если же весы показали равенство, то это означает, что рубин в шаре под номером 5 и можно его взять.

+   
**Задача 6.** Витя заявил, что выложил из доминошек пример на сложение двузначных чисел, в котором все цифры оказались разными. Могло ли такое быть? (Е.Иванова) Ответ. Могло. Например, 36 + 14 = 50.

**Задача 7.** Робин Гуд стреляет по мишням. За попадание в мишень даётся одно и то же количество очков. Если стрела одновременно попадает в несколько мишней, то очки складываются. Попав в  $\Delta$  он получил 7 очков, в  $\star$  – 11, в  $\circ$  – 14, в  $O$  – 13. Сколько очков он получит, если попадет в крестик? (Никса Михдохина)

Ответ. 15 очков.

Решение. Заметим, что каждая мишень имеет на себе 3 значка, не считая крестика. Это значит, что в каждую мишень попали по 3 раза. И если сложить очки, которые получил Робин Гуд, то получится столько же очков, сколько он бы получил, попав в каждую мишень по отдельности по 3 раза. Если попасть в крестик, то пронзятся все мишени. Это значит, что за попадание в крестик дают столько же очков, сколько в сумме дают все мишени. Искомый результат:  $(7 + 11 + 14 + 13) : 3 = 15$ .

**Задача 8.** В одном дворе дети лгут, если держат за руки чётное число человек, и говорят правду, если нечётное. Однажды трое детей, как-то взявшись за руки сказали: А: «Мы все тут мальчики» В: «Среди нас есть мальчики» С промолчал. Затем каждый взял за руку только всех тех, кого не держал в первый раз. И теперь они сказали: А: «Мы все тут девочки» В промолчал, С: «Я тут одна девочка». Определите, кто мальчик, а кто девочка. (Е.Иванова)

Ответ. А, В мальчики, С девочка.

Решение. Так как детей трое, то для каждого ребёнка чётность количества детей, которых он держит за руки равна четности количества детей, которых он не держит. То каждый либо оба раза говорит правду, либо оба раза лжет. А не мог оба раза сказать правду, так как его фразы не могут быть обе верными. Значит А оба раза соврал. Поэтому не все из них мальчики и не все девочки. То есть среди них есть и мальчики, и девочки. Это значит, что В сказал правду. Значит В оба раза держал нечётное количество детей, то есть одного. Значит С тоже оба раза держал одного и говорит правду.

Результаты олимпиады будут опубликованы на сайте <http://mathbabu.ru/> после 15 марта 2022г подробности будут на сайте.

Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, онлайн и очные кружки в разных районах Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также в апреле и мае. Ближайшая школа состоится в дни февральских каникул в Сочи. Подробнее о наших проектах можно прочитать на сайте [mathbabu.ru](http://mathbabu.ru)

